

# Correction

## AMÉRIQUE DU NORD - Juin 2016

### Exercice 1

#### Affirmation 1

$$5x + 4 = 2x + 17$$

$$5x - 2x = 17 - 4$$

$$3x = 13$$

$$x = \frac{13}{3}$$

$\frac{13}{3}$  n'est pas un nombre entier, l'affirmation 1 est fausse.

#### Affirmation 2

$13 * \sqrt{7} \text{ cm} \approx 34,4 \text{ cm}$ ,  $\sqrt{175} \text{ cm} \approx 13,2 \text{ cm}$  et  $12\sqrt{7} \text{ cm} \approx 31,7 \text{ cm}$   
Donc  $[DE]$  est le plus grand côté du triangle.

Comparons  $CD^2 + CE^2$  et  $DE^2$

$$CD^2 + CE^2 = (\sqrt{175})^2 + (12\sqrt{7})^2$$

$$CD^2 + CE^2 = 175 + 12^2 \times 7 = 175 + 144 \times 7 = 175 + 1\,008 = 1\,183$$

$$DE^2 = (13\sqrt{7})^2 = 169 \times 7 = 1\,183$$

$$\text{Ainsi } CD^2 + CE^2 = DE^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle  $CDE$  est rectangle en  $C$

L'affirmation 2 est vraie.

#### Affirmation 3

On cherche les coefficients multiplicateurs.

$$45 \times k = 31,50 \text{ donc } k = \frac{31,50}{45} = 0,7$$

$$56 \times k' = 42 \text{ donc } k' = \frac{42}{56} = 0,75$$

On interprète les coefficients en terme de diminution en pourcentage.

$$0,7 = 0,70 = 1 - 0,30 = 1 - \frac{30}{100} : \text{c'est une diminution de } 30\%$$

$$0,75 = 1 - 0,25 = 1 - \frac{25}{100} : \text{c'est une diminution de } 25\%$$

L'affirmation 3 est fausse.

### Exercice 2

**1.a** Nous sommes bien dans une situation d'équiprobabilité, c'est une expérience aléatoire à une épreuve.  
Il y a 5 pistes dont 2 rouges.

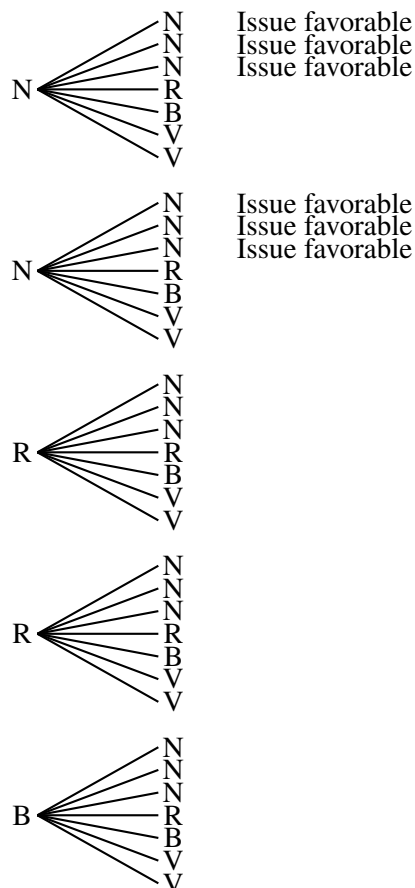
La probabilité que la piste soit rouge est  $\frac{2}{5} = 0,4$  soit 40%

**1.b** Nous sommes à nouveau dans une situation d'équiprobabilité.

Il y a 7 pistes dont 1 bleue.

La probabilité que la piste soit bleue est  $\frac{1}{7} \approx 0,14$  soit 14%

2. Cette fois-ci nous sommes dans expérience aléatoire à deux épreuves où chaque issue est équiprobable. On peut représenter cette situation sous la forme d'un arbre de probabilité.



On constate qu'il y a 35 issues possibles équiprobables. Il y a en effet 5 pistes entre le haut de la station et le restaurant puis 7 entre le restaurant et le bas des pistes.

Parmi ces 35 possibilités, 6 réalise l'événement étudié.

La probabilité de passer par 2 pistes noires est  $\frac{6}{35} \approx 0,17$  soit 17%

### Exercice 3

#### 1.a C'est au mois de février !

1.b Il faut faire la somme de toutes les ventes de forfaits.

$$60\,457 + 60\,457 + 148\,901 + 100\,058 + 10\,035 = 379\,908$$

Calculons le tiers de cette somme :

$$379\,908 \div 3 = 126\,636$$

En février, 148 901 forfaits ont été vendus.

Ninon a raison !

2.  $=B2+C2+D2+E2+F2$  ou  $=SOMME(B2:F2)$

3. Nous allons diviser la somme obtenue par 5 mois.

$$379\,908 \div 5 = 75\,981,6$$

75 981 forfaits en moyenne ont été vendus chaque mois !

#### Exercice 4

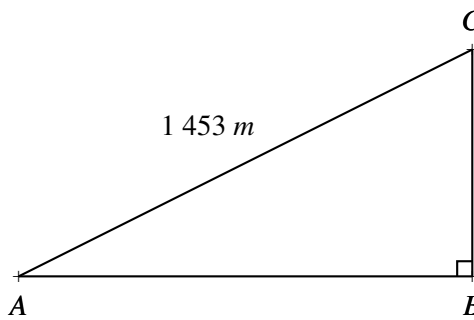
1. Le télésiège est ouvert de 9h à 16h soit 7h.  
Il y a 3 000 skieurs à l'heure.  $3\,000 \times 7 = 21\,000$

21 000 skieurs peuvent prendre le télésiège chaque jour.

2. Le télésiège parcourt 1 453 m à la vitesse de  $5,5 \text{ ms}^{-1}$   
Comme  $1\,453 \text{ m} \div 5,5 \text{ ms}^{-1} \approx 264 \text{ s}$   
 $264 \text{ s} = 4 \times 60 \text{ s} + 24$

Le télésiège met 4 min 24 s pour atteindre le sommet.

3. On peut modéliser la situation ainsi :



La longueur  $BC = 2\,261 \text{ m} - 1\,839 \text{ m} = 422 \text{ m}$   
On cherche la mesure de l'angle  $\hat{A}$   
Dans le triangle  $ABC$ , rectangle en  $B$

$$\sin(\hat{A}) = \frac{422}{1\,453}$$

À la calculatrice on trouve  $\hat{A} \approx 17^\circ$

L'angle du télésiège avec l'horizontale est  $17^\circ$

#### Exercice 5

1.a Avec le Tarif 1 on paye  $40,50\text{€} \times 2 = 91\text{€}$   
Avec le Tarif 2 on paye  $31\text{€} + 32\text{€} \times 2 = 31\text{€} + 64\text{€} = 95\text{€}$

Le Tarif 1 est le plus intéressant pour 2 jours

1.b Notons  $x$  le nombre de jours que nous cherchons.  
Trouver quand le Tarif 2 est plus intéressant que le Tarif 1 revient à résoudre l'inéquation suivante :

$$40,50x > 32x + 31$$

$$40,50x - 32x > 31$$

$$8,50x > 31$$

$$x > \frac{31}{8,50}$$

Or  $\frac{31}{8,50} \approx 3,65$

À partir de 4 journées le Tarif 2 est le plus intéressant !

On pouvait aussi faire plusieurs tests.

Pour 2 jours, voir la question 1.a

Pour 3 jours on obtient 121,50€ pour le Tarif 1 et 127€ pour le Tarif 2

Pour 4 jours on obtient 162€ pour Tarif 1 et 159€ pour le Tarif 2.

Cela confirme le résultat de notre inéquation.

**2.a** Le graphique correspondant au Tarif 1 est une droite passant par l'origine du repère. Cela caractérise un situation de proportionnalité.

Le Tarif 1 correspond à une situation de proportionnalité.

**2.b** Il y a moins de 25€ de différence entre le Tarif 1 et le Tarif 2 pour six jours.

Plus exactement, on obtient 243€ pour le Tarif 1 et 223€ pour le Tarif 2 soit 20€ d'écart !

**2.c** Avec 275€ on peut faire 7 jours de ski au maximum avec le Tarif 2.

## Exercice 6

**1.** Comme la section du cône se fait suivant un plan parallèle à la base, les droites  $(AB)$  et  $(A'B')$  sont parallèles dans le plan contenant les points  $A$ ,  $B$  et  $S$ .

Dans le triangle  $SAB$ , les droites  $(AB)$  et  $(A'B')$  sont parallèles.

$$\frac{SB'}{SB} = \frac{SA'}{SA} = \frac{A'B'}{AB}$$
$$\frac{SB'}{240 + SB'} = \frac{30}{60}$$

À ce stade le plus simple est de remarquer que 60 est le double de 30.

Ainsi  $SB'$  doit être le double de  $240 + SB'$ , ce qui suppose que  $SB' = 240$

D'où  $SB = 480$

Sinon on peut passer par un produit en croix :

$$30(240 + SB') = 60SB$$

$$7\ 200 + 30SB' = 60SB'$$

$$7\ 200 = 60SB' - 30SB'$$

$$30SB' = 7\ 200$$

$$SB' = \frac{7\ 200}{30}$$

$$SB' = 240$$

Enfin signalons que le théorème de la droite des milieux n'est d'aucun secours ici, on sait que  $(AB)$  et  $(A'B')$  sont parallèles et que l'un des segments mesure la moitié de l'autre, mais on ne sait pas si  $A'$  ou  $B'$  sont des milieux.

**2.** Le triangle  $SOA$  est rectangle en  $O$ .  $SO$  est en effet la hauteur du cône.

$$OA = 60\text{ cm} \div 2 = 30\text{ cm}$$

D'après le **théorème de Pythagore** dans  $SOA$  on a :

$$OS^2 + OA^2 = SO^2$$

$$OS^2 + 30^2 = 480^2$$

$$OS^2 + 900 = 230\ 400$$

$$OS^2 = 230\ 400 - 900$$

$$OS^2 = 229\ 500$$

$$OS = \sqrt{229\,500}$$

$$OS \approx 479$$

La hauteur du cône est de 479 cm

3. Il faut calculer le volume du tronc de cône, nous allons l'obtenir par soustraction de deux volumes.

Calcul du volume du grand cône :

$$V_g = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{\pi 30^2 \times 479 \text{ cm}^3}{3}$$
$$V_g = 143\,700\pi \text{ cm}^3$$

Calcul du volume du petit cône :

Ses mesures sont deux fois plus petites.

$$V_p = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{\pi 15^2 \times 239,5 \text{ cm}^3}{3}$$
$$V_p = 17\,965,5\pi \text{ cm}^3$$

On peut aussi utiliser le coefficient d'augmentation/réduction. Il est de  $\frac{1}{2}$  entre le grand cône et le petit cône.

Le volume du petit cône est donc multiplié par  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

Dit plus simplement, le petit cône a des mesures 2 fois plus petites et donc un volume 8 fois plus petit.

$$V_p = V_g \div 8$$

Reste à soustraire les deux volumes :

$$V = V_g - V_p = 143\,700\pi - 17\,965,5\pi = 125\,735,5\pi \text{ cm}^3 \approx 395\,016 \text{ cm}^3$$

Le volume de la manche à air est 395 016 cm<sup>3</sup>

## Exercice 7

1. Il faut comparer les deux formules pour six jours, deux adultes et deux enfants.

Avec la formule 1 :

$$187,50\text{€} \times 2 + 162,50\text{€} \times 2 = 700\text{€}$$

Avec la formule 2 :

$$120\text{€} + 2 \times 25\text{€} \times 6 + 2 \times 20\text{€} \times 6 = 660\text{€}$$

La formule 2 est la plus intéressante, elle coûte 660€ euros pour la semaine !

2. Il faut faire la somme de toutes les dépenses :

La location d'appartement :

Le Studio 4 personnes suffit pour la famille, il coûte 1 020€ pour la semaine choisie.

La location de matériel :

$$(17\text{€} \times 2 + 10\text{€} + 19\text{€}) \times 6 = 63\text{€} \times 6 = 378\text{€}$$

La location de matériel coûte 378€ pour la semaine.

Finalement sans oublier les dépenses de nourritures et de sorties :

$$500\text{€} + 378\text{€} + 1\,020\text{€} + 660\text{€} = 2\,558\text{€}$$

Cette famille devra prévoir 2 558€ pour leurs vacances au ski !